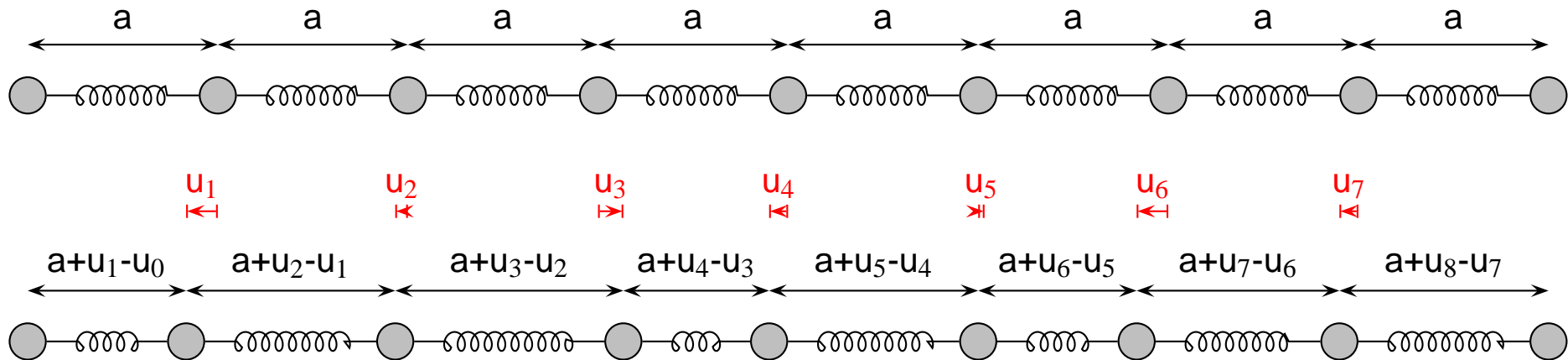


# Ponavljjanje



Ukupna energija:

$$E = \sum_n \frac{M \dot{u}_n^2}{2} + \frac{\beta}{2} (u_{n+1} - u_n)^2$$

Jednadžbe gibanja:

$$M \ddot{u}_n = -\frac{\partial E_p}{\partial u_n} = -\beta(2u_n - u_{n+1} - u_{n-1}) \quad (n = \dots, 0, 1, 2, \dots)$$

**Sustav linearnih diferencijalnih jednadžbi!**

▷ Linearnost:

Ako su  $u_n^{(1)}(t)$  i  $u_n^{(2)}(t)$  dva rješenja.

Tada je  $u_n(t) = a \cdot u_n^{(1)}(t) + b \cdot u_n^{(2)}(t)$  je također rješenje.

Neka je  $u_n^{(i)}(t), i = 1, 2, 3, \dots$  familija nezavisnih rješenja.

Svako drugo rješenje je:  $u_n(t) = \sum_i a_i \cdot u_n^{(i)}(t)$ .

▷ Postoji proizvoljnost u izboru familije nezavisnih rješenja.

▷ Naš izbor je **familija ravnih valova** različitih valnih duljina (valnih brojeva):

$$u_n^{(k)}(t) = e^{i(kna - \omega_k t)}$$

Svaki val neke valne duljine je jedno nezavisno rješenje.

- ▷ Valni broj  $k$  (ili valna duljina  $\lambda$ ) nije proizvoljan. Valne duljine kraće od međuatomske udaljenosti  $a$  su besmislene (tj. valni vektori veći od  $\pi/a$ ). Dakle:

$$|k| \leq \frac{\pi}{a}.$$

- ▷ Ako kristal nije beskonačan, nego konačan, npr. dužine  $L$ , valni broj je diskretan (kvantiziran):

$$k = \frac{2\pi}{L} \cdot n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Cijeli broj  $n$  ima  $N = \frac{L}{a}$  (broja atoma u kristalu) mogućih vrijednosti.

- ▷ Postoji samo  $N$  mogućih valnih brojeva, a familija ima  $n$  nezavisnih rješenja.

- ▷ Svaki val različite valne duljine titra različitom frekvencijom

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{4\beta}{M}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

- ▷ S obzirom na periodično titranje valova, svaki val je kao jedan harmonički oscilator čija je frekvencija titranja jednaka  $\omega(k)$ .